

تحقیق در عملیات ۳

1 شبکه مربوط به محدودیت‌های خطی زیر را رسم کنید.

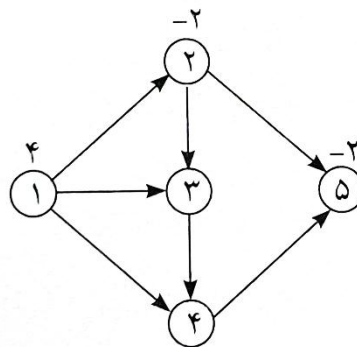
$$x_{12} + x_{13} + x_{14} = 4$$

$$-x_{12} + x_{23} + x_{25} = -2$$

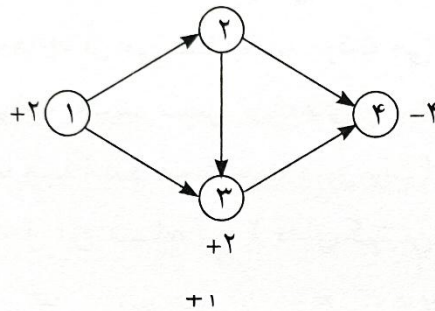
$$-x_{13} - x_{23} + x_{34} = 0$$

$$-x_{14} - x_{34} + x_{45} = 0$$

$$-x_{25} - x_{45} = -2$$



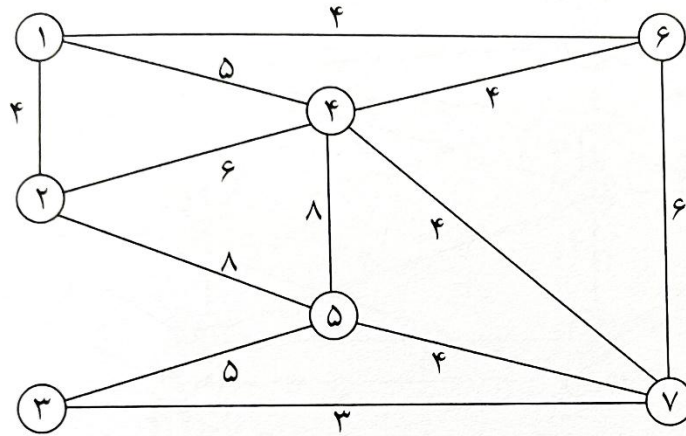
2 محدودیت‌های خطی متناظر با شبکه زیر را بنویسید.



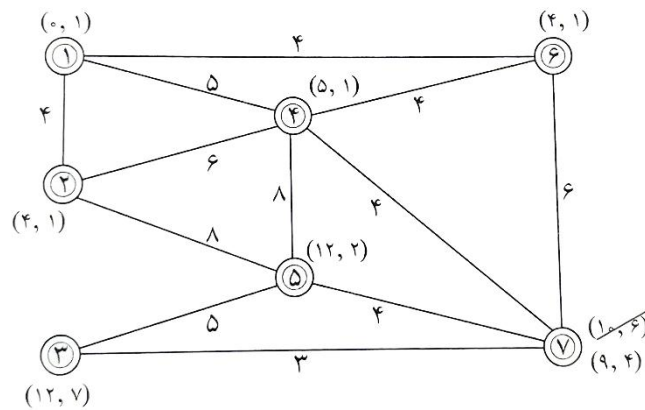
$x_{۱۲}$	$+x_{۱۳}$		$= ۲$	محدودیت گره ۱	
$-x_{۱۲}$		$+x_{۲۳}$	$+x_{۲۴}$	$= ۰$	محدودیت گره ۲
	$-x_{۱۳}$	$-x_{۲۳}$		$+x_{۳۴} = ۲$	محدودیت گره ۳
			$-x_{۲۴}$	$-x_{۳۴} = -۴$	محدودیت گره ۴

تحقیق در عملیات ۳

3 کوتاه‌ترین مسیر را با استفاده از روش نشانه‌گذاری برای شبکه زیر پیدا کنید.



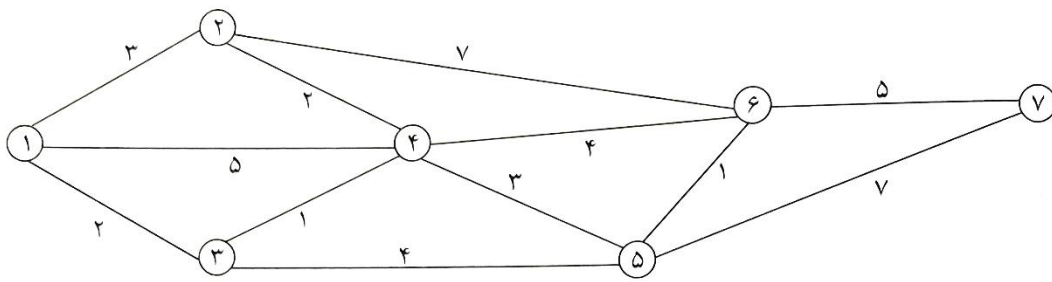
حل: برای محاسبه کوتاه‌ترین مسیر بین هر گره مبدأ کافی است شبکه را به روش نشانه‌گذاری حل کنیم. در نهایت نشانه‌های دائمی که به هر گره اختصاص داده می‌شود، معادل با کوتاه‌ترین مسیر بین گره نام و گره مبدأ است. جواب این مسئله به ترتیب زیر است:



فاصله کوتاه‌ترین مسیر تا گره مبدأ

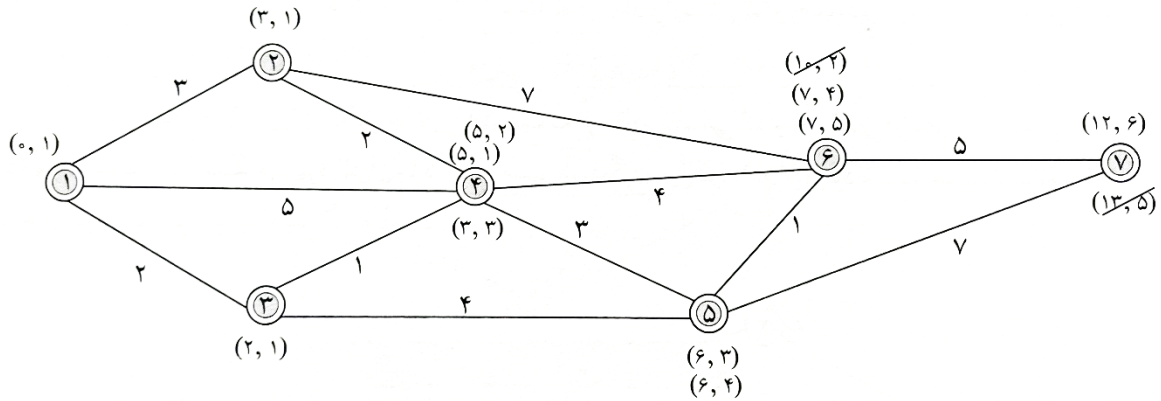
$$1 \rightarrow 4 \rightarrow 7 \quad 9$$

4 کوتاه‌ترین مسیر بین هر گره تا گره مبدأ را در شبکه زیر محاسبه کنید.

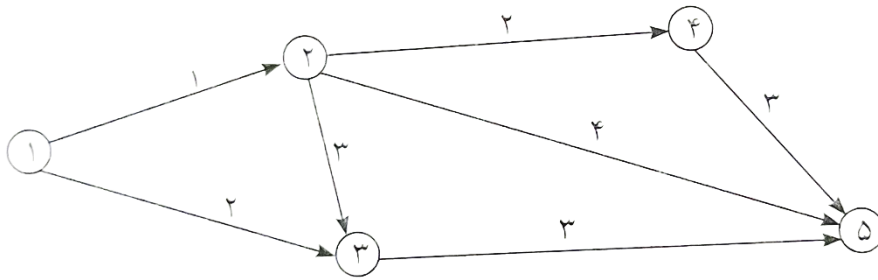


تحقیق در عملیات ۳

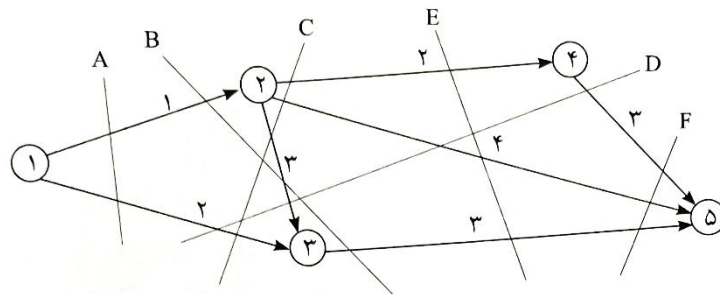
حل: برای محاسبه کوتاه‌ترین مسیر بین هر گره مبدأ کافی است شبکه را به روش نشانه‌گذاری حل کنیم. در نهایت نشانه‌های دائمی که به هر گره اختصاص داده می‌شود، معادل با کوتاه‌ترین مسیر بین گره i ام و گره مبدأ است. جواب این مسئله به ترتیب زیر است:



5 حداکثر جریان در شبکه زیر را با استفاده از روش برش تعیین کنید.



حل: در این مسئله، تمامی گره‌ها توسط برش‌هایی به دو گروه مجزا تقسیم می‌شوند، به طوری که گره مبدأ در یک گروه و گره مقصد در گروه دیگر است. مجموع ظرفیت‌های شاخه‌های در جهت مبدأ به مقصد، معادل با ظرفیت برش است. در نهایت کم‌ترین ظرفیت برش بیانگر حداکثر جریان است.



تحقیق در عملیات ۳

6 مسئله زیر را با استفاده از فن حد فوقانی حل کنید.

$$\begin{aligned} \text{Min } Z &= 6x_1 - 2x_2 - 3x_3 \\ \text{s.t. } &2x_1 + 4x_2 + 2x_3 \leq 8 \\ &x_1 - 2x_2 + 3x_3 \leq 7 \\ &x_1 \leq 2, x_2 \leq 2, x_3 \leq 1 \\ &x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

متغیر اساسی	Z	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	اعداد سمت راست	حداکثر افزایش
Z	-1	6	-2	-3	0	0	0	$u_3 = 1$
s_1	0	2	4	2	1	0	8	$\theta_1 = 4$
s_2	0	1	-2	3	0	1	7	$\theta_2 = 2, 33$
	Z	x_1	x_2	y_3	s_1	s_2		
Z	-1	6	-2	3	0	0	3	$u_2 = 2$
s_1	0	2	4	-2	1	0	6	$\theta_1 = \frac{3}{2}$
s_2	0	1	-2	-3	0	1	4	$\alpha_1 = \infty$
Z	-1	7	0	2	$\frac{1}{2}$	0	6	جواب بهینه:
x_2	0	$\frac{1}{2}$	1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{3}{2}$	$x_1^* = 0, x_2^* = \frac{3}{2}$
s_2	0	2	0	-4	$\frac{1}{2}$	1	7	$x_3^* = 1, Z^* = -6$

7 مسئله زیر را با استفاده از فن حد فوقانی حل کنید.

$$\begin{aligned} \text{Max } Z &= x_1 + 3x_2 - 2x_3 \\ \text{s.t. } &x_2 - 2x_3 \leq 1 \\ &2x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 8 \\ &x_1 \leq 1, x_2 \leq 3, x_3 \leq 2 \\ &x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

تحقیق در عملیات ۳

متغیر اساسی	Z	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	اعداد سمت راست	حداکثر افزایش
Z	۱	-۱	-۳	۲	۰	۰	۰	$u_2 = ۳$
s_1	۰	۰	۱	-۲	۱	۰	۱	$\theta_1 = ۱$
s_2	۰	۲	۱	۲	۰	۱	۸	$\theta_2 = ۸$
Z	۱	-۱	۰	-۴	۳	۰	۳	$u_3 = ۲$
x_2	۰	۰	۱	-۲	۱	۰	۱	$\alpha = \frac{-۳-۱}{۲} = ۱$
s_2	۰	۲	۰	۴	-۱	۱	۷	$\theta = ۱,۷۵$
	Z	x_1	y_2	x_3	s_1	s_2		
Z	۱	-۱	۰	-۴	۳	۰	۳	جدول یکه
y_2	۰	۰	-۱	-۲	۱	۰	-۲	نیست
s_2	۰	۲	۰	۴	-۱	۱	۷	
Z	۱	-۱	۰	-۴	۳	۰	۳	$u_3 = ۲$
y_2	۰	۰	۱	۲	-۱	۰	۲	$\theta_1 = ۱$
s_2	۰	۲	۰	۴	-۱	۱	۷	$\theta_2 = ۱,۷۵$
Z	۱	-۱	۲	۰	۱	۰	۷	$u_1 = ۱$
x_3	۰	۰	$\frac{۱}{۲}$	۱	$-\frac{۱}{۲}$	۰	۱	$\theta_1 = \infty$
s_2	۰	۲	-۲	۰	۱	۱	۳	$\theta_2 = ۱,۵$
	Z	y_1	y_2	x_3	s_1	s_2		
Z	۱	۱	۲	۰	۱	۰	۸	
x_3	۰	۰	$\frac{۱}{۲}$	۱	$-\frac{۱}{۲}$	۰	۱	
s_2	۰	-۲	-۲	۰	۱	۱	۱	

$$y_1^* = ۰ \rightarrow x_1^* = ۱, y_2 = ۰ \rightarrow x_2^* = ۳, x_3^* = ۱, Z^* = ۸$$

8 مسئله زیر را با استفاده از روش متغیرهای حیدار حل کنید.

$$\text{Max } Z = ۲۰x_1 + ۱۰x_2$$

$$\begin{aligned} \text{s.t.} \quad & x_1 + ۱۱x_2 = ۱۵۰ \\ & x_1 \leq ۴۰ \\ & x_2 \geq ۲۰ \\ & x_1, x_2 \geq ۰ \end{aligned}$$

تحقیق در عملیات ۳

حل: به منظور حذف حد پایین تغییر متغیر می‌دهیم: $x_2 = x'_2 + 20$.

$$\begin{aligned} \text{Max } Z &= 20x'_1 + 10x'_2 + 200 \\ \text{s.t. } x_1 + x'_2 &= 130 \\ x_1 &\leq 4 \\ x_1, x'_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

متغیر اساسی	Z	x_1	x'_2	R_1	اعداد سمت راست	حداکثر افزایش
Z	1	-20	-10	M	200	بردار متغیرهای اساسی
R_1	0	1	1	1	130	را یک‌ه می‌کنیم
Z	1	$(-20 - M)$	$(-10 - M)$	0	$-130M + 200$	$u_1 = 40$
R_1	0	1	1	1	130	$\theta = 130$
	Z	y_1	x'_2	R_1		
Z	1	$(20 + M)$	$(-10 - M)$	0	$-90M + 1000$	$u_2 = \infty$
R	0	-1	1	1	90	$\theta = 90$
Z	1	10	0	$10 + M$	1900	
x'_2	0	-1	1	1	90	

جواب بهینه: $x_1^* = 40$, $x_2^* = 110$, $x'_2 = 90$, $Z^* = 1900$

9 مسئله زیر را با استفاده از روش محدودیت مصنوعی حل کنید.

$$\begin{aligned} \text{Max } Z &= 6x_1 + 4x_2 \\ \text{s.t. } x_1 + x_2 &\leq 10 \\ 2x_1 + x_2 &\geq 4 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

تحقیق در عملیات ۳

حل: براساس توضیحات مسئله قبل خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \text{Max } Z &= 6x_1 + 4x_2 \\ \text{s.t. } \quad x_1 + x_2 &\leq 10 \\ -2x_1 - x_2 &\leq -4 \\ x_1 + x_2 &\leq M \end{aligned}$$

متغیر اساسی	Z	x_1	x_2	s_1	s_2	s_M	اعداد سمت راست
Z	1	-6	-4	0	0	0	0
s_1	0	1	1	1	0	0	10
s_2	0	-2	-1	0	1	0	-4
s_M	0	1	1	0	0	1	M
Z	1	0	2	0	0	6	6M
s_1	0	0	0	1	0	-1	10 - M
s_2	0	0	1	0	1	2	-4 + 2M
x_1	0	1	1	0	0	1	M
Z	1	0	2	1	0	0	60
s_M	0	0	0	-1	0	1	-10 + M
s_2	0	0	1	2	1	0	16
x_1	0	1	1	1	0	0	10

جواب بهینه: $x_1^* = 10$, $x_2^* = 0$, $Z^* = 60$

تحقیق در عملیات ۳

10 مسئله زیر را با استفاده از روش محدودیت مصنوعی حل کنید.

$$\text{Max } Z = 2x_3$$

$$\text{s.t.} \quad -x_1 + 3x_2 - 7x_3 \geq 5$$

$$-x_1 + x_2 - x_3 \leq 1$$

$$3x_1 + x_2 - 10x_3 \leq 8$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

تحقیق در عملیات ۳

$$\text{Max } Z = 2x_3$$

$$\text{s.t.} \quad x_1 - 3x_2 + 7x_3 \leq -5$$

$$-x_1 + x_2 - x_3 \leq 1$$

$$3x_1 + x_2 - 10x_3 \leq 8$$

$$x_3 \leq M$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

متغیر اساسی	Z	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	s_M	اعداد سمت راست
Z	1	0	0	-2	0	0	0	0	0
s_1	0	1	-3	7	1	0	0	0	-5
s_2	0	-1	1	-1	0	1	0	0	1
s_3	0	3	1	-10	0	0	1	0	8
s_M	0	0	0	1	0	0	0	1	M
Z	1	0	0	0	0	0	0	2	2M
s_1	0	1	-3	0	1	0	0	-7	-5-7M
s_2	0	-1	1	0	0	1	0	1	1+M
s_3	0	3	1	0	0	0	1	10	8+10M
x_3	0	0	0	1	0	0	0	1	M
Z	1	0	0	0	0	0	0	2	2M
x_2	0	$-\frac{1}{3}$	1	0	$-\frac{1}{3}$	0	0	$\frac{7}{3}$	$\frac{5+7M}{3}$
s_2	0	$-\frac{4}{3}$	0	0	$-\frac{1}{3}$	1	0	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{2}{3}-\frac{4}{3}M$
s_3	0	$\frac{8}{3}$	0	0	$-\frac{1}{3}$	0	1	$-\frac{23}{3}$	$\frac{19}{3}+\frac{23}{3}M$
x_3	0	0	0	1	0	0	0	1	M
Z	1	0	0	0	0	0	0	2	2M
x_2	0	1	1	0	0	-1	0	0	0
s_1	0	4	0	0	1	-3	0	4	2+4M
s_3	0	4	0	0	0	-1	0	9	7+9M
x_3	0	0	0	1	0	0	1	1	M

از آن جا که در جدول نهایی متغیر s_M غیر اساسی است، مسئله دارای جواب بهینه نامحدود است.